Programme de colle : semaine 1 du 18/09 au 22/09.

Rappel : les seules démonstrations exigibles sont indiquées par un ♠.

Les programmes de collège et lycée, le calcul littéral de fractions, puissances, valeurs absolues, la manipulation des inégalités, des fonctions $\exp$ *et* $\ln$*, les trinômes du second degré, sont des pré-requis indispensables. Tout exercice pourra faire appel à ces notions.*

Chapitre 1 : Raisonner, rédiger

Uniquement les bases de raisonnement et de rédaction décrites ci-dessous pour l'instant. Rien sur les ensembles, rien sur les applications (on y retournera en novembre).

- Assertions, quantificateurs.
- Connecteurs logiques : et, ou, non, implication (*pas de table logique*), équivalence.
- Vocabulaire : condition nécessaire, condition suffisante.
- Toute implication est équivalente à sa *contraposée*.
- Nier une assertion avec des quantificateurs.
- Rédactions type : montrer un « $\forall x \in E,\ P(x)$ », montrer une implication.
- Méthodes de preuve à connaître : par l'absurde, par contraposée, récurrences (*uniquement simples pour l'instant*), analyse-synthèse, disjonction de cas.

Chapitre 2 : Calculs de sommes et de produits.

- Définition du symbole Σ, notations $\sum_{k=p}^{n} x_k$ et $\sum_{i\in I} x_i$.
- Linéarité de la somme.
- Positivité et croissance de la somme ♠.
- Sommation par paquets.
- Changements d'indice : glissements et symétries.
- Un indice de sommation est une variable *muette*.
- Sommes télescopiques.
- Sommes à connaître :
  - d'un terme constant
  - des n premiers entiers ♠
  - des n premiers carrés d'entiers
  - de termes consécutifs d'une suite géométrique
  - factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
- Produits : symbole Π, propriétés, produits téléscopiques. Transformer un produit en somme et vice-versa via $\exp$ et $\ln$.
- Factorielle : définition, calculs, propriétés de base.
- Binôme de Newton.
- Coefficients binomiaux : $\binom{n}{k}$ est défini comme le nombre de façons de choisir k objets parmi n. Calcul via les factorielles, valeurs pour $k = 0,\ 1,\ 2$.
- Formule de Pascal, formule de symétrie. Si $n \in \mathbb{N}$ et $0 < p \leq n$ est entier on a $\binom{n}{p} = \frac{n}{p}\binom{n-1}{p-1}$.

Exemples de cours ♠

- Calcul pour $n \in \mathbb{N}^*$ de $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.
- Calcul pour tout entier $n \geq 2$ de $\prod_{k=2}^{n} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$.
- Calcul pour x réel de $\sum_{k=0}^{20} \binom{20}{k} 7^{k+2} 9^{10-k}, \quad \sum_{k=2}^{10} \binom{10}{k} x^{10-k}$.