

PROGRAMME DE COLLE : SEMAINE 9 DU 25/11 AU 29/11.

Rappel : les seules démonstrations exigibles sont indiquées par un ♠.

Chapitre 7 : Logique, applications, relations

- Relations binaires.
- Relations : réflexives, symétriques, transitives, antisymétriques.
- Relation d'équivalence.
- Classe d'équivalence d'un élément.
- Les classes d'équivalences d'une relation d'équivalence sur E forment une partition de E .
- Relation d'ordre.
- Ordre total, partiel.
- Parties minorées, majorées, bornées.
- Maximum, minimum.
- Borne supérieure, borne inférieure.
- Toute partie de \mathbb{N} non-vide admet un plus petit élément.
- Toute partie de \mathbb{N} non-vide et majorée admet un plus grand élément.

Chapitre 8 : Nombres réels, suites numériques

Nous n'avons pas encore fait de TD, donc prioriser les questions de cours, les révisions de lycée, les calculs de limites etc.

- Toute partie de \mathbb{R} non-vide et majorée admet une borne supérieure (idem avec minorée et inférieure).
- Partie entière d'un réel x . Caractérisation par encadrement de x .
- Approximations décimales d'un réel.
- Densité d'un sous-ensemble de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . Exemple : \mathbb{Q} et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
- Droite réelle achevée \mathbb{R} . Prolongement de l'ordre et des opérations.
- Caractérisation des intervalles : $A \subset \mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si pour tout $(x, y) \in A^2$, $[x, y] \subset A$.
- Définition d'une suite réelle : une application $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$.
- Opérations élémentaires.
- Suites majorées, minorées, bornées.
- Suites monotones. Caractérisations usuelles.
- Notion de propriété vraie « à partir d'un certain rang ».
- Toute suite bornée à partir d'un certain rang est bornée.
- Définition de $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell \in \mathbb{R}$.
- Suites convergentes, divergentes.
- Unicité de la limite d'une suite convergente. ♠
- Définition de $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$.
- Toute suite convergente est bornée. ♠
- Opérations sur les limites dans $\overline{\mathbb{R}}$ (♠ pour la somme avec deux limites finies).
- Composition d'une limite de suite et de fonction.
- La limite d'un quotient de polynômes en n quand $n \rightarrow +\infty$ est la limite du quotient des termes de plus haut degré.
- Croissances comparées.
- Passage à la limite dans les inégalités.
- Théorème d'encadrement ♠. De divergence par minoration ou majoration.
- Le produit d'une suite bornée et d'une suite qui tend vers 0, tend vers 0.
- Théorème de la limite monotone.
- Théorème et définition des suites adjacentes : encadrements de leur limite.

Exemples de cours ♠

- Pour tout réel x , $(1 + \frac{x}{n})^n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} e^x$.

Prochain programme

Fin du chapitre sur les suites. Début du chapitre 9 : arithmétique.