Développements limités usuels

$$\frac{1}{1-u} = 1 + u + \ldots + u^n + \underset{u\to 0}{o}(u^n) = \sum_{k=0}^{n} u^k + \underset{u\to 0}{o}(u^n)$$

$$\frac{1}{1+u} = 1 - u + \ldots + (-1)^n u^n + \underset{u\to 0}{o}(u^n) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k u^k + \underset{u\to 0}{o}(u^n)$$

$$\ln(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{u^n}{n} + \underset{u\to 0}{o}(u^n) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1}\frac{u^k}{k} + \underset{u\to 0}{o}(u^n)$$

À retrouver par primitivation de $\frac{1}{1+u}$

$$e^u = 1 + u + \frac{u^2}{2} + \ldots + \frac{u^n}{n!} + \underset{u\to 0}{o}(u^n) = \sum_{k=0}^{n} \frac{u^k}{k!} + \underset{u\to 0}{o}(u^n)$$

$$\mathrm{ch}(u) = 1 + \frac{u^2}{2} + \ldots + \frac{u^{2n}}{(2n)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+1}) = \sum_{k=0}^{n} \frac{u^{2k}}{(2k)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+1})$$

Partie paire de e^u

$$\mathrm{sh}(u) = u + \frac{u^3}{6} + \ldots + \frac{u^{2n+1}}{(2n+1)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+2}) = \sum_{k=0}^{n} \frac{u^{2k+1}}{(2k+1)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+2})$$

Partie impaire de e^u

$$\cos(u) = 1 - \frac{u^2}{2} + \ldots + (-1)^n\frac{u^{2n}}{(2n)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+1}) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k\frac{u^{2k}}{(2k)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+1})$$

Comme ch mais alterne de signe

$$\sin(u) = u - \frac{u^3}{6} + \ldots + (-1)^n\frac{u^{2n+1}}{(2n+1)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+2}) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k\frac{u^{2k+1}}{(2k+1)!} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+2})$$

Comme sh mais alterne de signe

$$(1+u)^\alpha = 1 + \alpha u + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}u^2 + \ldots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}u^n + \underset{u\to 0}{o}(u^n) = \sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-k+1)}{k!}u^k + \underset{u\to 0}{o}(u^n)$$

Cas particuliers $\alpha = \pm\frac{1}{2}$ fréquents

$$\arctan(u) = u - \frac{u^3}{3} + \ldots + (-1)^n\frac{u^{2n+1}}{2n+1} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+2}) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k\frac{u^{2k+1}}{2k+1} + \underset{u\to 0}{o}(u^{2n+2})$$

À retrouver par primitivation de $\frac{1}{1+u^2}$

$$\tan(u) = u + \underset{u\to 0}{o}(u)$$

Savoir trouver des termes suivants par bootstrap de $\tan' = 1 + \tan^2$