

## PROGRAMME DE COLLE : SEMAINE 1 DU 19/09 AU 23/09.

Rappel : les seules démonstrations exigibles sont indiquées par un ♠.

Les programmes de collège et lycée, le calcul littéral de fractions, puissances, valeurs absolues, la manipulation des inégalités, des fonctions exp et ln, les trinômes du second degré, sont des pré-requis indispensables. Tout exercice pourra faire appel à ces notions.

### Chapitre 1 : Reasonner, rédiger

Uniquement les bases de raisonnement et de rédaction décrites ci-dessous pour l'instant. Rien sur les ensembles, rien sur les applications (on y retournera en novembre).

- Assertions, quantificateurs.
- Connecteurs logiques : et, ou, non, implication (pas de table logique), équivalence.
- Vocabulaire : condition nécessaire, condition suffisante.
- Toute implication est équivalente à sa contraposée.
- Nier une assertion avec des quantificateurs.
- Rédactions type : montrer un «  $\forall x \in E, P(x)$  », montrer une implication.
- Méthodes de preuve à connaître : par l'absurde, par contraposée, récurrences (uniquement simples pour l'instant), analyse-synthèse, disjonction de cas.

### Chapitre 2 : Calculs de sommes et de produits.

- Définition du symbole  $\Sigma$ , notations  $\sum_{k=p}^n x_k$  et  $\sum_{i \in I} x_i$ .
- Linéarité de la somme.
- Positivité et croissance de la somme ♠.
- Sommation par paquets.
- Changements d'indice : glissements et symétries.
- Un indice de sommation est une variable muette.
- Sommes télescopiques.
- Sommes à connaître :
  - d'un terme constant
  - des  $n$  premiers entiers ♠
  - des  $n$  premiers carrés d'entiers
  - de termes consécutifs d'une suite géométrique
  - factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$ .
- Produits : symbole  $\Pi$ , propriétés, produits télescopiques. Transformer un produit en somme et vice-versa via exp et ln.
- Factorielle : définition, calculs, propriétés de base.
- Binôme de Newton.
- Coefficients binomiaux :  $\binom{n}{k}$  est défini comme le nombre de façons de choisir  $k$  objets parmi  $n$ . Calcul via les factorielles, valeurs pour  $k = 0, 1, 2$ .
- Formule de Pascal, formule de symétrie. Si  $n \in \mathbb{N}$  et  $0 < p \leq n$  est entier on a  $\binom{n}{p} = \frac{n}{p} \binom{n-1}{p-1}$ .
- Sommes doubles (rectangulaires ou triangulaires) : interversions.

Exemples de cours ♠

- Calcul pour  $n \in \mathbb{N}^*$  de  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ .
- Calcul pour tout entier  $n \geq 2$  de  $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ .
- Calcul pour  $x$  réel de  $\sum_{k=0}^{20} \binom{20}{k} 7^{k+2} 9^{10-k}$ ,  $\sum_{k=2}^{10} \binom{10}{k} x^{10-k}$ .